

DOI: 10.15923/j.cnki.cn22-1382/t.2019.1.09

# 三自由度柔索并联搬运机器人的运动学和工作空间分析

张 龙, 王世伟, 牛 奔, 戴振振

(淮南师范学院 机械与电气工程学院, 安徽 淮南 232038)

**摘 要:** 描述了机器人的结构, 给出运动学正逆解, 并依据静力学方程和矢量封闭原理分析可控工作空间。最后在 Matlab 软件中进行仿真实验。

**关键词:** 柔索并联机构; 运动学; 可控工作空间

**中图分类号:** TP 242 **文献标志码:** A **文章编号:** 1674-1374(2019)01-0050-05

## Analysis of kinematics and workspace for a 3-DOF cable parallel transport robot

ZHANG Long, WANG Shiwei, NIU Ben, DAI Zhenzhen

(School of Mechanical and Electrical Engineering, Huainan Normal University, Huainan 232038, China)

**Abstract:** The structure of a 3-DOF cable Parallel transport robot is discussed, and the forward and inverse kinematics is given. Based on statics equation and principle of vector closure, we analyze the controllable workspace and have the MATLAB based simulation verification.

**Key words:** cable parallel structure; kinematics; controllable workspace.

### 0 引 言

搬运机器人目前广泛应用于加工生产线、包装码垛等行业, 用以实现自动化搬运作业。传统的搬运机器人大多采用串联机械臂<sup>[1]</sup>, 存在承载能力低、定位精度差等问题, 难以适用于重载、高定位精度的场合。

柔索并联机构作为一种采用柔性绳索代替刚

性连杆作为驱动元件的并联机构, 具有负载能力强、运动速度快、可重构等优点<sup>[2]</sup>。近年来, 随着科学技术的不断发展, 各国研究人员利用柔索并联机构的结构特点, 将其广泛用于天文观测、建筑施工、救援、医疗康复服务等方面<sup>[3-5]</sup>。

文中基于柔索并联机构设计了一种三自由度搬运机器人, 首先对其结构进行了描述, 接着建立了机器人的运动学模型, 给出了运动学正逆解。

收稿日期: 2018-09-17

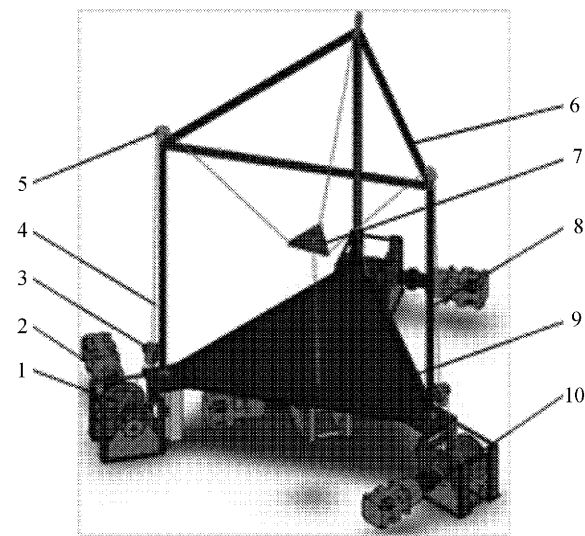
基金项目: 安徽省高等学校自然科学研究项目重点项目(KJ2017A456)

作者简介: 张 龙(1988—), 男, 汉族, 安徽淮南人, 淮南师范学院助教, 硕士, 主要从事机电一体化及机器人技术方向研究, E-mail: zhanglonghnnu@126.com.

在此基础上,依据静力学方程和矢量封闭原理,分析了该机器人的可控工作空间。最后在给定结构参数下,运用 Matlab 软件对其运动学和可控工作空间进行了仿真实验。

### 1 系统描述

三自由度柔索并联搬运机器人结构如图 1 所示。



1.滚筒; 2.直流伺服电机; 3.张紧滑轮; 4.柔索;  
5.导向滑轮; 6.支撑横梁; 7.搬运重物;  
8.支撑架; 9.底盘; 10.联轴器。

图 1 三自由度柔索并联搬运机器人结构

直流伺服电机共有 4 个,其中 3 个均匀布置在正三角形底盘顶端,1 个布置在底盘中心的正下方;支撑架安装在底盘顶点,其下部设置有张紧滑轮,顶端设置有导向滑轮;直流伺服电机与卷筒连接,卷筒上绕有柔索;前 3 条柔索经张紧滑轮、导向滑轮分别与重物连接;第 4 条柔索穿过底盘上开设的导向孔后与重物连接。

直流伺服电机通过牵引 4 根柔索完成重物的空间三维平动。

### 2 运动学分析

#### 2.1 坐标系建立

由于文中研究的柔索搬运机器人中的柔索长度较短,可以忽略柔索的自重、变形和垂度,因此用直线代替柔索。另外,在对机构进行受力分析时,忽略杆件变形和各连接处的摩擦。基于以上分析,得到三自由度柔索并联搬运机器人的机构

简图如图 2 所示。

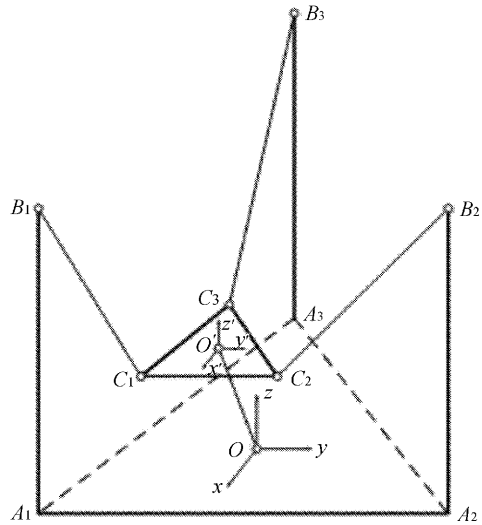


图 2 三自由度柔索并联搬运机器人机构简图

由图 2 可以看出,  $A_i$  表示底盘顶点,  $B_i$  表示支撑架顶点,  $C_i$  表示正三角形重物顶点。定义坐标系  $\{O\}$  为全局坐标系,原点位于底盘的重心上,  $x$ 、 $y$  轴固定在  $A_i$  所在底盘平面上,  $z$  轴垂直于  $A_i$  所在底盘平面,方向向上;定义坐标系  $\{O'\}$  为局部坐标系,原点位于搬运重物的重心上,  $x'$ 、 $y'$  轴固定在  $C_i$  所在平面上,  $z'$  轴垂直于  $C_i$  所在平面,方向向上。底盘的边长为  $a$ ,重物的边长为  $c$ ,支撑架的高度为  $h$ 。

文中符号规定如下:底盘顶点在  $\{O\}$  中坐标为  $A_i$ ;支撑架顶点在坐标系  $\{O\}$  中坐标为  $B_i$ ;搬运重物顶点在  $\{O'\}$  的坐标为  $C_i$ ;搬运重物的质量为  $m$ ;柔索长度为  $L$ ;柔索速度为  $\dot{L}$ ;重力加速度为  $g$ ;柔索拉力为  $f$ 。

#### 2.2 运动学逆解分析

因为重物在空间中做三维平动,所以其姿态变换矩阵<sup>[6]</sup>为

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

由图 2 得前 3 条柔索长度矢量

$$L_i = OB_i - OO' - R \cdot O'C_i = B_i - r - RC_i' \quad (1)$$

式中:  $B_i$  ——坐标系  $\{O\}$  原点到支撑架顶点的矢量,  $i=1,2,3$ ;

$r$  ——坐标系  $\{O\}$  原点到坐标系  $\{O'\}$  原点的平移矢量;

$C_i$  ——坐标系  $\{O'\}$  原点到柔索与重物铰接点的矢量。

第4条柔索长度矢量

$$L_4 = \mathbf{OO}' = \mathbf{r} \quad (2)$$

各条柔索的单位方向矢量为:

$$\mathbf{u}_i = \frac{\mathbf{OB}_i - \mathbf{OO}' - \mathbf{R} \cdot \mathbf{O}'C_i}{\|\mathbf{OB}_i - \mathbf{OO}' - \mathbf{R} \cdot \mathbf{O}'C_i\|} = \frac{\mathbf{B}_i - \mathbf{r} - \mathbf{RC}_i^{O'}}{\|\mathbf{B}_i - \mathbf{r} - \mathbf{RC}_i^{O'}\|} \quad (3)$$

各条柔索的长度为:

$$L_i = \|\mathbf{L}_i\| \quad (4)$$

$$i = 1, 2, 3, 4$$

### 2.3 运动学正解分析

已知4根柔索的长度  $L_i$ , 求解重物重心的位置  $(x_{O'}, y_{O'}, z_{O'})$ , 即为该机器人的运动学正解。

根据2.1所述的已知条件得:

$$L_1 = \sqrt{\left[\frac{\sqrt{3}(c-a)}{6} - x_{O'}\right]^2 + \left[\frac{(c-a)}{2} - y_{O'}\right]^2 + (h - z_{O'})^2} \quad (5)$$

$$L_2 = \sqrt{\left[\frac{\sqrt{3}(c-a)}{6} - x_{O'}\right]^2 + \left[\frac{(a-c)}{2} - y_{O'}\right]^2 + (h - z_{O'})^2} \quad (6)$$

$$L_3 = \sqrt{\left[\frac{\sqrt{3}(c-a)}{3} - x_{O'}\right]^2 + y_{O'}^2 + (h - z_{O'})^2} \quad (7)$$

$$L_4 = \sqrt{x_{O'}^2 + y_{O'}^2 + z_{O'}^2} \quad (8)$$

联立方程组(5)~(8), 即可求得重物重心的位置  $(x_{O'}, y_{O'}, z_{O'})$ 。

### 3 可控工作空间分析

重物在运动过程中如果满足受力平衡和力矩平衡, 且每条柔索拉力均大于零的所有位姿的集合定义为其可控工作空间<sup>[7-8]</sup>。

对该搬运机器人进行受力分析, 根据重物的受力平衡关系得静力学方程

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^4 \mathbf{F}_i + \mathbf{F}_P = 0 \\ \sum_{i=1}^4 \mathbf{k}_i \times \mathbf{F}_i + \mathbf{M}_P = 0 \end{cases} \quad (9)$$

式中:  $\mathbf{F}_i$  ——柔索拉力,  $\mathbf{F}_i = f_i \mathbf{u}_i$ , N;

$\mathbf{F}_P$  ——重物所受的外部作用力, N;

$\mathbf{k}_i$  ——柔索拉力作用于重物的力臂  $\mathbf{O}'C_i$ ,

$$\mathbf{B}_1 = \left[ -\frac{\sqrt{3}a}{6}, -\frac{a}{2}, h \right]^T$$

$$\mathbf{B}_2 = \left[ -\frac{\sqrt{3}a}{6}, \frac{a}{2}, h \right]^T$$

$$\mathbf{B}_3 = \left[ \frac{\sqrt{3}a}{3}, 0, h \right]^T$$

$$\mathbf{C}_1^{O'} = \left[ -\frac{\sqrt{3}c}{6}, -\frac{c}{2}, 0 \right]^T$$

$$\mathbf{C}_2^{O'} = \left[ -\frac{\sqrt{3}c}{6}, \frac{c}{2}, 0 \right]^T$$

$$\mathbf{C}_3^{O'} = \left[ -\frac{\sqrt{3}c}{3}, 0, 0 \right]^T$$

$$\mathbf{r} = [x_{O'}, y_{O'}, z_{O'}]^T$$

将上述矢量代入式(1)~式(4)得各条柔索长度对应的方程为:

$\mathbf{m}$ ;

$\mathbf{M}_P$  ——重物所受的外部作用力矩, N·m。

将式(7)写出矩阵形式有:

$$\mathbf{J}^T \times \mathbf{F} = \mathbf{W} \quad (10)$$

式中:  $\mathbf{J}^T$  ——柔索并联搬运机器人的 Jacobian 矩阵的转置矩阵, 且  $\mathbf{J}^T$  满足:

$$\mathbf{J}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1 & \mathbf{u}_2 & \mathbf{u}_3 & \mathbf{u}_4 \\ \mathbf{k}_1 \times \mathbf{u}_1 & \mathbf{k}_2 \times \mathbf{u}_2 & \mathbf{k}_3 \times \mathbf{u}_3 & \mathbf{k}_4 \times \mathbf{u}_4 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{F} = [f_1 \quad f_2 \quad f_3 \quad f_4]^T$$

$$\mathbf{W} = -[\mathbf{F}_P \quad \mathbf{M}_P]^T$$

求解式(8), 可以得到柔索拉力为

$$\mathbf{F} = (\mathbf{J}^T)^+ \mathbf{W} + [\mathbf{I} - (\mathbf{J}^T)^+ \mathbf{J}^T] \boldsymbol{\lambda} \quad (11)$$

式中:  $(\mathbf{J}^T)^+$  ——矩阵  $\mathbf{H}$  的 Moore-Penrose 广义逆矩阵;

$\boldsymbol{\lambda}$  ——任意一个列向量。

根据矢量封闭原理<sup>[7]</sup>, 如果由重物位姿计算

出的  $I - (J^T)^+ J^T$  中的每个元素均大于零, 则牵引重物的柔索拉力大于零, 也即该位姿落在可控工作空间内。

#### 4 仿真实验

##### 4.1 可控工作空间仿真实验

给定柔索并联搬运机器人的结构参数见表 1。

表 1 结构参数

参数	数值
底盘边长 $a/m$	2.0
重物边长 $c/m$	0.2
支撑架高度 $h/m$	1.5

采用 Monte-Carlo 方法, 在 MATLAB 中编程仿真<sup>[9]</sup>, 求出该机器人的可控工作空间如图 3 ~ 图 6 所示。

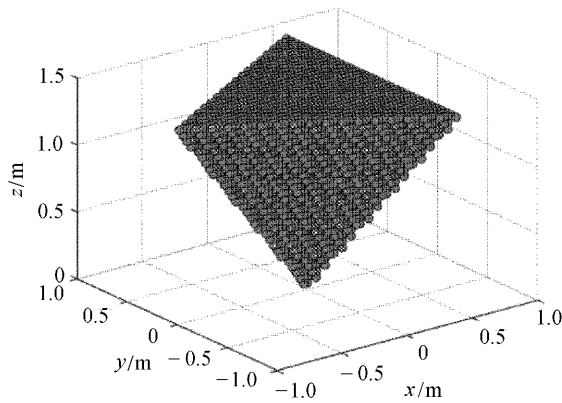


图 3 可控工作空间

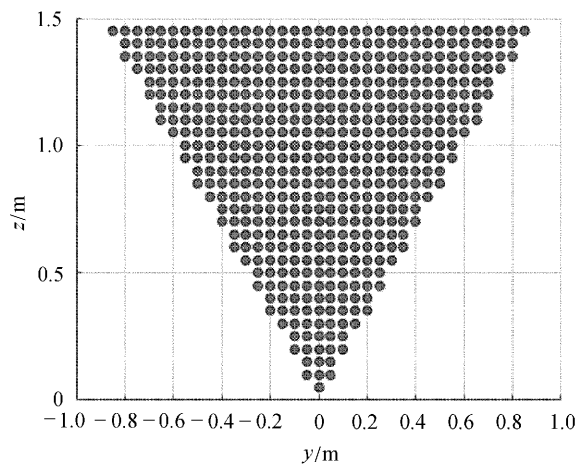


图 4 可控工作空间主视图

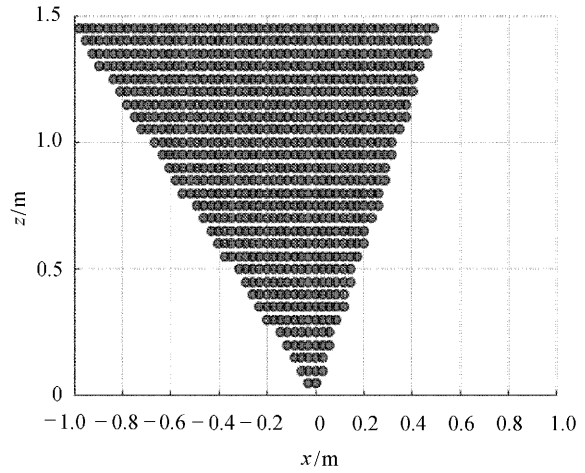


图 5 可控工作空间侧视图

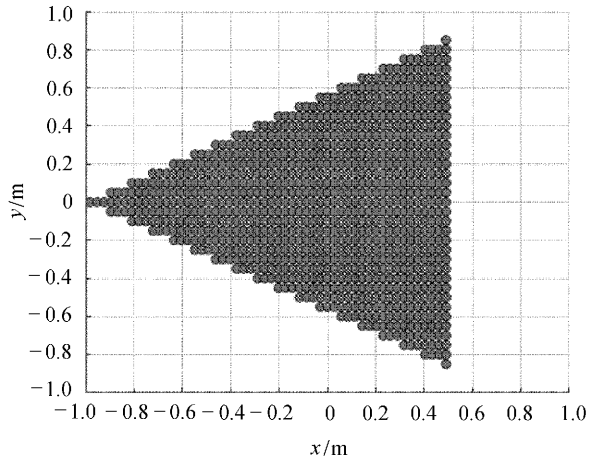


图 6 可控工作空间俯视图

##### 4.2 运动仿真实验

在工作空间内选取重物以  $(0, 0, 1.2)$  为圆心,  $0.4\text{ m}$  为半径的圆周上做匀速运动。重物重心的运动轨迹如图 7 所示。

运动方程如下

$$\begin{cases} x = 0.4\cos(t) \\ y = 0.4\sin(t) \\ z = 1.2 \end{cases} \quad (12)$$

根据 2.2 的分析, 在 MATLAB 中进行仿真, 得到柔索长度曲线如图 8 所示。

从图中可以看出:

1) 运动过程中, 柔索长度曲线的轨迹和数值变化合理, 过渡光滑;

2) 前 3 条柔索 ( $L_1 \sim L_3$ ) 的长度曲线具有明显的周期, 并且具有相同的相位差, 第 4 条柔索 ( $L_4$ ) 的长度固定不变。这与重物重心的运动规

律和柔索的分布相吻合,说明上述对该机器人的运动学分析正确。

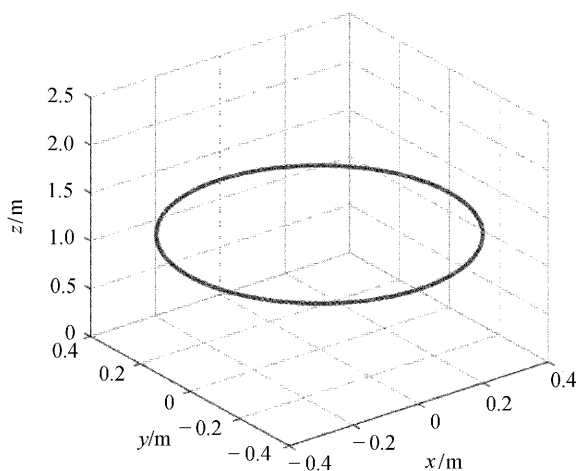


图7 重物重心的运动轨迹

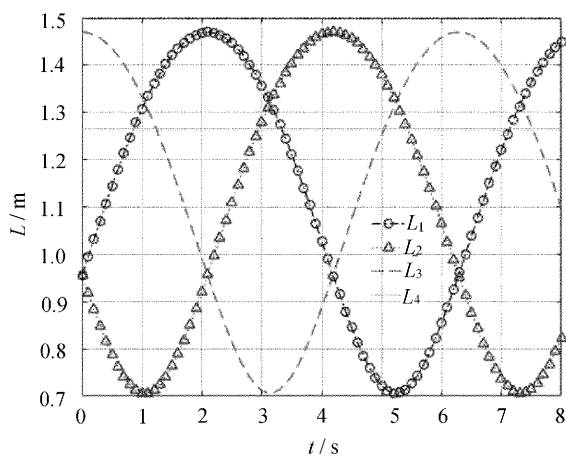


图8 柔索长度曲线

## 5 结语

1)基于柔索并联机构设计了一种三自由度搬运机器人,通过建立该机器人的运动学模型,求解

出其运动学正、逆解表达式。

2)根据静力学方程和矢量封闭原理分析了该机器人的可控工作空间。

3)在给定参数下对机器人运动学和可控工作空间进行了实例仿真,结果验证了结构设计和理论分析的合理性,为后续进行机器人控制系统设计和实验研究奠定了理论基础。

## 参考文献:

- [1] 计时鸣,黄希欢.工业机器人技术的发展与应用综述[J].机电工程,2015,32(1):1-13.
- [2] 管斌,朱真才,曹建斌.混合驱动柔索并联机器人的设计与分析[J].机械工程学报,2011,47(17):1-8.
- [3] Tang X, Zhu W, Sun C, et al. Similarity model of feed support system for FAST [J]. Experimental Astronomy, 2011, 29(3): 177-187.
- [4] Zi B, Qian S, Ding H F. Design and analysis of cooperative cable parallel manipulators for multiple mobile cranes[J]. International Journal of Advanced Robotic System, 2012, 9(207): 1-10.
- [5] Merlet J P, Daney D. A portable, modular parallel wire crane for rescue operations[C]//Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2010: 2834-2839.
- [6] 栗英杰,孟炎,刘铁军,等.六自由度并联机床逆解方法[J].长春工业大学学报:自然科学版,2012,33(2):205-208.
- [7] 刘雄伟,郑亚青.6自由度绳牵引并联机构的运动学分析[J].机械工程学报,2002,38(S1):16-20.
- [8] 唐乐为,唐晓强,汪劲松,等.七索并联对接机构作业空间分析及索力优化设计[J].机械工程学报,2012,48(21):1-7.
- [9] 王锡霖,严日明,李举,等.基于MATLAB的平面五连杆机构的运动学分析[J].长春工业大学学报:自然科学版,2011,32(3):273-277.