

DOI:10.15923/j.cnki.cn22-1382/t.2019.1.03

基于视觉反馈的板球系统定位控制

武凡凯¹, 付伟², 张釜荣¹, 谢慕君^{1*}

(1.长春工业大学 电气与电子工程学院, 吉林 长春 130012;

2.吉林石化公司有机合成厂, 吉林 吉林 132000)

摘要:建立了板球系统的数学模型,针对视觉反馈环节进行了摄像机标定及小球位置解算,采用PID算法实现了小球的定位控制。在实物板球系统上进行了定位实验,达到了定位误差均在1 mm以内的控制效果。

关键词:板球系统;视觉反馈;定位控制

中图分类号:TP 202.2 **文献标志码:**A **文章编号:**1674-1374(2019)01-0014-06

Positioning control of ball and plate system based on visual feedback

WU Fankai¹, FU Wei², ZHANG Furong¹, XIE Mujun^{1*}

(1.School of Electrical & Electronic Engineering, Changchun University of Technology, Changchun 130012, China;

2.Jilin Petrochemical Company Organic Synthesis Plant, Jilin 132000, China)

Abstract: A mathematical model for Cricket system is set up. For visual feedback loop, we have camera calibrated and calculate ball position. With PID algorithm, positioning control is realized. The experimental positioning results indicate that the positioning error is less than 1mm.

Key words: ball and plate system; visual feedback; position control.

0 引言

板球系统是一个多变量、非线性控制对象,是球杆系统^[1]的二维扩展。其作为一个具有双输入、双输出的两自由度机械系统,经常作为经典模型用于检测各种控制理论,并对一些动态系统具有重要的研究意义。板球系统的控制对象是球盘,使其偏转来控制球盘上的小球,目的是为了得到小球在球盘坐标系中的坐标。文中主要是对板球系统做摄像机的标定,并将结果应用到实物中。

板球系统如图1所示。

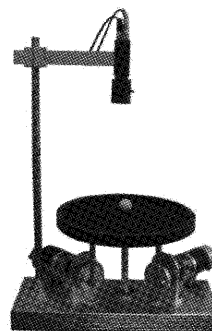


图1 板球系统示意图

收稿日期:2018-12-20

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61374051)

作者简介:武凡凯(1992-),男,汉族,吉林桦甸人,长春工业大学硕士研究生,主要从事智能机械与机器人控制方向研究,E-mail:1229586482@qq.com.* 通讯作者:谢慕君(1969-),女,汉族,吉林长春人,长春工业大学教授,博士,主要从事智能机械与机器人控制方向研究,E-mail:xiemujun@ccut.edu.cn.

1 板球系统物理建模

板球系统 X 轴和 Y 轴彼此垂直, 为了更方便研究, 我们把它当作是互相垂直方向上的两个球杆, 即球杆系统的二维扩展。球盘具有两个自由度, 分别是绕 X 轴旋转和绕 Y 轴旋转, 其与绕 X 轴转动的倾角 α 和绕 Y 轴转动的倾角 β 相对应。当球盘的倾斜角度很小时, 可以获得 α 和 β 与 X 轴电机转角 θ_{m1} 和 Y 轴电机转角 θ_{m2} 之间相对应的关系:

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{d_1}{L_1} \theta_{m1} \\ \beta &= \frac{d_2}{L_2} \theta_{m2}\end{aligned}\quad (1)$$

式中: d_1 ——电机轴与 X 轴连接杆下端点的距离;

d_2 ——电机轴与 Y 轴连接杆下端点的距离;

L_1 ——球盘中心支点与 X 轴连接杆上端点的距离;

L_2 ——球盘中心支点与 Y 轴连接杆上端点 X 方向:

$$\begin{aligned}m_b g r_b \sin\beta \cos\alpha - m_b r_b [(h + r_b)\ddot{\beta} - y_b \ddot{\alpha} \sin\beta - x_b \dot{\beta}^2 - x_b \dot{\alpha} \sin^2\beta + \\ (h + r_b)\dot{\alpha}^2 \sin^2\beta \cos\beta - 2\dot{y}_b \dot{\alpha} \sin\beta + \dot{x}_b] - I_b \left(\frac{\ddot{x}_b}{r_b} + \ddot{\beta} \right) = 0\end{aligned}\quad (2)$$

Y 方向:

$$\begin{aligned}(m_b g r_b \sin\alpha) + m_b r_b [x_b (\ddot{\alpha} \sin^2\beta + \dot{\beta} \dot{\alpha} \cos\beta) - (h + r_b) (\ddot{\alpha} \cos\beta - \dot{\beta} \dot{\alpha} \sin\beta) + \dot{\beta} \dot{\alpha} (h + r_b) \sin\beta - \\ y_b \dot{\alpha}^2 + x_b \dot{\beta} \dot{\alpha} \cos\beta + 2x_b \dot{\alpha} \sin\beta + y_b \ddot{\beta}] + I_b \left[\left(\frac{\ddot{y}_b}{r_b} \right) - \ddot{\alpha} \cos^2\beta + \dot{\beta} \dot{\alpha} \sin\beta \right] = 0\end{aligned}\quad (3)$$

式中: m_b ——小球的质量;

r_b ——小球的半径;

I_b ——小球绕质心的转动惯量;

h ——球盘平面与其回转中心的距离;

α ——球盘绕 X 轴旋转的角度;

β ——球盘绕 Y 轴旋转的角度;

x_b, y_b ——小球在球盘坐标系下的坐标。

考虑小球在球盘的工作点附近时, 对式(2)、式(3)进行线性化处理, 得到线性化方程:

$$\begin{aligned}\frac{7}{5} \ddot{x}_b + \left(\frac{7}{5} r_b + h \right) \ddot{\beta} = g\beta \\ \frac{7}{5} \ddot{y}_b - \left(\frac{7}{5} r_b + h \right) \ddot{\alpha} = -g\alpha\end{aligned}\quad (4)$$

的距离。

板球机械示意图如图 2 所示。

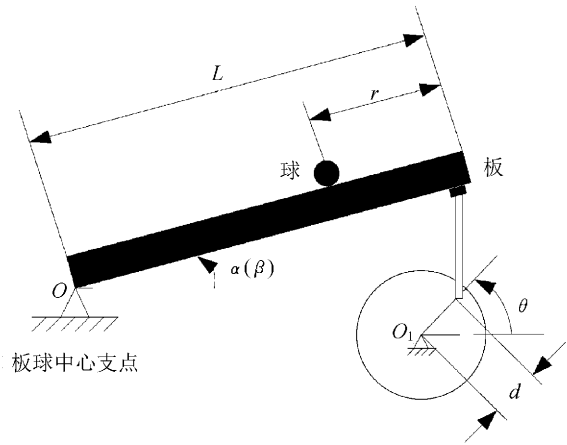


图 2 板球机械示意图

对于本系统, $d_1 = d_2 = 23 \text{ mm}$, $L_1 = L_2 = 98 \text{ mm}$ 。

通过对图 2 系统进行动力学分析, 使用拉格朗日方程, 获得上述模型完整的非线性耦合的动力学方程:

2 摄像机标定

摄像机的标定^[2-3]是获得摄像机的内外部参数, 得到摄像机的几何模型和所获得图像信息与真实世界信息的几何成像关系^[4], 是获取运动物体真实位置不可或缺的一步, 也是视觉传感方式实现的前提条件。

文中采用线性模型标定方法对板球系统的摄像机进行标定, 景物点世界坐标系 (X_w, Y_w, Z_w) 与其投影点图像坐标 (u, v) 的关系如下:

$$Z_c \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_x & 0 & u_0 & 0 \\ 0 & a_y & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{P} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{M}_1 \mathbf{M}_2 \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{M} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中: $a_x = f/dx, a_y = f/dy$;

\mathbf{R} —— 3×3 旋转矩阵;

$\mathbf{P}[(P_x, P_y, P_z)^T]$ —— 世界坐标系原点在摄像机坐标系中的位置;

\mathbf{M}_1 —— 完全由 a_x, a_y, u_0, v_0 决定, 由于 a_x, a_y, u_0, v_0 只与由摄像机内部结构有关, 为摄像机内部参数;

\mathbf{M}_2 —— 完全由摄像机相对于世界坐标系的方位决定, 为摄像机外部参数;

\mathbf{M} —— 3×4 矩阵, 称为投影矩阵。

将式(5)写成:

$$Z_{ci} \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{wi} \\ Y_{wi} \\ Z_{wi} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} m_{11}X_{wi} + m_{12}Y_{wi} + m_{13}Z_{wi} + m_{14} - u_i m_{31}X_{wi} - u_i m_{32}Y_{wi} - u_i m_{33}Z_{wi} &= u_i m_{34} \\ m_{21}X_{wi} + m_{22}Y_{wi} + m_{23}Z_{wi} + m_{24} - v_i m_{31}X_{wi} - v_i m_{32}Y_{wi} - v_i m_{33}Z_{wi} &= v_i m_{34} \end{aligned} \quad (7)$$

如果有 n 个已知点, 它们的图像坐标 $(u_i, v_i), (i=1, 2, \dots, n)$ 与其世界坐标 $(X_{wi}, Y_{wi}, Z_{wi}), (i=1, 2, \dots, n)$ 是已知的, 则可以得到关于矩阵元素的 $2n$ 个线性方程。矩阵形式方程如下:

$$\begin{bmatrix} X_{w1} & Y_{w1} & Z_{w1} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -u_1 X_{w1} & -u_1 Y_{w1} & -u_1 Z_{w1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_{w1} & Y_{w1} & Z_{w1} & 1 & -v_1 X_{w1} & -v_1 Y_{w1} & -v_1 Z_{w1} \\ X_{w2} & Y_{w2} & Z_{w2} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -u_2 X_{w2} & -u_2 Y_{w2} & -u_2 Z_{w2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_{w2} & Y_{w2} & Z_{w2} & 1 & -v_2 X_{w2} & -v_2 Y_{w2} & -v_2 Z_{w2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ X_{wn} & Y_{wn} & Z_{wn} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -u_n X_{wn} & -u_n Y_{wn} & -u_n Z_{wn} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_{wn} & Y_{wn} & Z_{wn} & 1 & -v_n X_{wn} & -v_n Y_{wn} & -v_n Z_{wn} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} m_{11} \\ m_{12} \\ m_{13} \\ m_{14} \\ m_{21} \\ m_{22} \\ m_{23} \\ m_{24} \\ m_{31} \\ m_{32} \\ m_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 m_{34} \\ v_1 m_{34} \\ u_2 m_{34} \\ v_2 m_{34} \\ \vdots \\ u_n m_{34} \\ v_n m_{34} \end{bmatrix} \quad (8)$$

上述方程的未知数为 11 个, 记做 \mathbf{m} , 则式(8)可以化为:

$$\mathbf{K}\mathbf{m} = \mathbf{U} \quad (9)$$

式中: \mathbf{K} —— 式(8)左边 $2n \times 11$ 矩阵;

\mathbf{m} —— 未知的 11 维向量;

式中: $(X_{wi}, Y_{wi}, Z_{wi}, 1)$ —— 空间第 i 个点的坐标;

$(u_i, v_i, 1)$ —— 第 i 点的图像坐标;

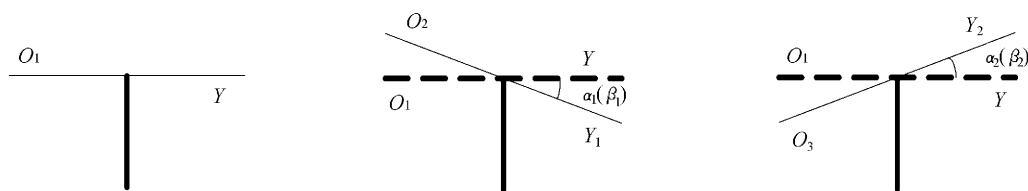
m_{ij} —— 投影矩阵 \mathbf{M} 的第 i 行 j 列元素, 其中 $m_{34} = P_z, P_z$ 不为零^[5], \mathbf{M} 矩阵乘以一个除零以外的任意常数, 其并不会使 (X_w, Y_w, Z_w) 与 (u, v) 的关系改变, 所以可令 $m_{34} = 1$ 。

展开式(6), 消去 Z_{ci} , 可得如下两个关于 m_{ij} 的线性方程:

\mathbf{U} —— 式(8)右边的 $2n$ 维向量。

当 $2n > 11$, 即 $n \geq 6$ 时, 对上述线性方程用最小二乘法^[6-8]求解。

设定球盘的三个位置如图 3 所示。



(a) 位置 1(球盘水平) (b) 位置 2(球盘与水平位置呈夹角 $\alpha_1(\beta_1)$) (c) 位置 3(球盘与水平位置呈夹角 $\alpha_2(\beta_2)$)

图 3 球盘的三个位置

当球盘处于位置 2 时,板球绕 X 轴旋转的角度 α_1 与其绕 Y 轴旋转的角度 β_1 的值为: $\alpha_1 = \beta_1 = \arctan 0.19$ 。当球盘处于位置 3 时,其绕 X 轴旋转的角度 α_2 与其绕 Y 轴旋转的角度 β_2 的

为: $\alpha_2 = \beta_2 = -\arctan 0.19$ 。

通过计算获得标定点的图像坐标和标定点在世界坐标系中的坐标,见表 1。

表 1 标定点坐标

标定点	位置 1		位置 2		位置 3	
	(μ_i, v_i) /像素	(X_w, Y_w, Z_w) /mm	(μ_i, v_i) /像素	(X_w, Y_w, Z_w) /mm	(μ_i, v_i) /像素	(X_w, Y_w, Z_w) /mm
O	(379, 278)	(0, 0, 0)	(379, 278)	(0, 0, 0)	(379, 278)	(0, 0, 0)
x^+	(224, 124)	(120, 0, 0)	(223, 418)	(117.802, 0, 22.864)	(229, 406)	(117.802, 0, -22.864)
y^+	(244, 124)	(0, 120, 0)	(240, 115)	(0, 117.802, 22.864)	(249, 132)	(0, 117.802, -22.864)
x^-	(534, 145)	(-120, 0, 0)	(528, 150)	(-117.802, 0, -22.864)	(538, 138)	(-117.802, 0, 22.864)
y^-	(514, 432)	(0, -120, 0)	(507, 435)	(0, -117.802, -22.864)	(516, 427)	(0, -117.802, 22.864)
x^+y^+	(230, 268)	(60, 60, 0)	(235, 264)	(57.768, 57.768, 22.864)	(226, 273)	(57.768, 57.768, -22.864)
x^+y^-	(371, 429)	(60, -60, 0)	(371, 429)	(60, -60, 0)	(371, 429)	(60, -60, 0)
x^-y^+	(392, 126)	(-60, 60, 0)	(392, 126)	(-60, 60, 0)	(392, 126)	(-60, 60, 0)
x^-y^-	(529, 287)	(-60, -60, 0)	(525, 239)	(-57.768, -57.768, -22.864)	(534, 283)	(-57.768, -57.768, 22.864)

选用 3 组 18 个标定点通过最小二乘法求得矩阵如下:

$$M = \begin{bmatrix} -1.281\ 147 & -1.127\ 511 & -0.435\ 452 & 378.857\ 4 \\ 1.150\ 414 & -1.284\ 640 & -0.497\ 647 & 278.054\ 3 \\ 0.000\ 082 & 0.000\ 043 & -0.001\ 217 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

3 小球空间位置解算

计算出 M 矩阵的各个元素后,对于空间任意一点 P 实际坐标 (X_w, Y_w, Z_w) ,可以很容易由 M 矩阵求得其图像坐标 (u, v) ;然而却无法由图像坐标 $p(u, v)$ 通过逆过程得到空间点 P 的实际坐标 (X_w, Y_w, Z_w) 。

在板球系统中,通过电机的转动能够得到球盘在任何时候绕 X 轴和绕 Y 轴的转动角度,通过三维空间旋转矩阵的计算,可得球盘的平面方程,如图 4 所示。

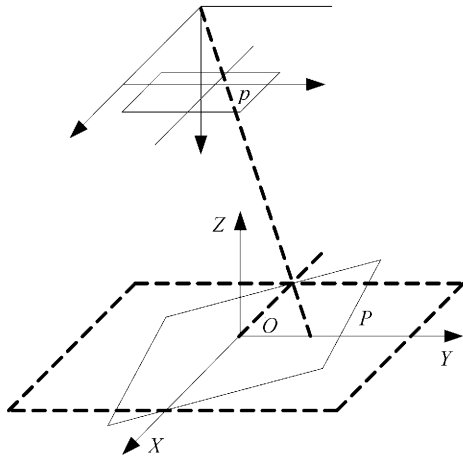


图 4 板球转动示意图

直线 OP 与球盘平面方程的交点就是小球质

$$\begin{aligned} (m_{11} - m_{31}u)X_w + (m_{12} - m_{32}u)Y_w + (m_{13} - m_{33}u)Z_w &= um_{34} - m_{14} \\ (m_{21} - m_{31}v)X_w + (m_{22} - m_{32}v)Y_w + (m_{23} - m_{33}v)Z_w &= vm_{34} - m_{14} \end{aligned} \quad (13)$$

联立球盘平面方程与上述线性方程所组成的线性方程组为：

$$\begin{aligned} X_w \sin\beta \cos\alpha - Y_w \sin\alpha + Z_w \cos\beta \cos\alpha &= 0 \\ (m_{11} - m_{31}u)X_w + (m_{12} - m_{32}u)Y_w + (m_{13} - m_{33}u)Z_w &= um_{34} - m_{14} \\ (m_{21} - m_{31}v)X_w + (m_{22} - m_{32}v)Y_w + (m_{23} - m_{33}v)Z_w &= vm_{34} - m_{14} \end{aligned} \quad (14)$$

系统实际运行时，根据测得的 α, β 及通过视觉反馈获得的小球图像坐标 (u, v) 代入上述方程组，可计算出在世界坐标系下小球的实际坐标 (X_w, Y_w, Z_w) 。

4 系统控制结构及控制器设计

针对板球系统的小球定位控制，系统采用双

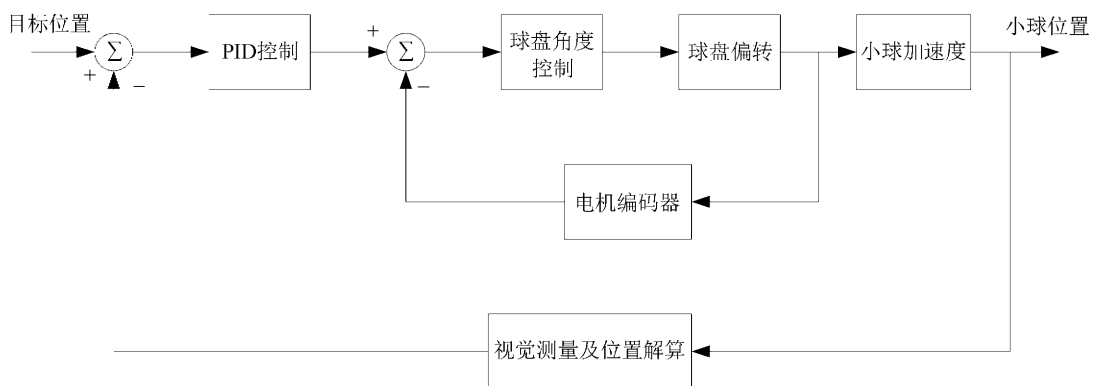


图 5 板球闭环控制系统结构

由式(4)可以看出，板球坐标系中小球的 X 坐标值 x_b 仅与 β 有关， Y 轴坐标值 y_b 仅与 α 有

心在空间坐标系中的坐标点。

3.1 球盘平面方程

球盘绕 X 轴、 Y 轴转动角度分别为 α, β ，球盘的旋转矩阵为：

$$R = \begin{bmatrix} \cos\beta & \sin\beta \sin\alpha & \sin\beta \cos\alpha \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha \\ -\sin\beta & \cos\beta \sin\alpha & \cos\beta \cos\alpha \end{bmatrix} \quad (11)$$

根据旋转矩阵获得球盘平面方程为：

$$X_w \sin\beta \cos\alpha - Y_w \sin\alpha + Z_w \cos\beta \cos\alpha = 0 \quad (12)$$

3.2 小球实际坐标计算

假设在图像坐标系中，小球的质心坐标是 (u, v) ，通过 M 矩阵可得图像坐标系与世界坐标系之间的映射关系，其线性方程为：

闭环结构，板球系统的闭环控制系统结构如图 5 所示。

关，所以此系统就可以作为两个独立子系统进行同步控制。

外环进行小球定位闭环控制,采用视觉传感器进行小球的位置测量;内环进行球盘的倾角闭环控制,光电编码器进行角度测量。双环均采用 PID 控制器^[9-10]。

设系统给定值 $r(t)$, 实际输出值为 $c(t)$, 则误差 $e(t) = r(t) - c(t)$, 通过 PID 调节后的输出值 $u(t)$ 为:

$$\mu(t) = K_p \left\{ e(t) + \frac{1}{T_i} \int_1^0 e(t) dt + \frac{T_d}{dt} de(t) \right\} \quad (15)$$

则传递函数为:

表 2 小球实验数据

组数	初始位置	预期位置	实际位置	X 方向上误差	Y 方向上误差
1	(0,0)	(50,50)	(49.21,50.93)	0.79	0.93
2	(0,0)	(40,-20)	(39.62,-20.90)	0.38	0.90
3	(0,0)	(-20,30)	(-20.33,30.65)	0.33	0.65

第一组实验对应的小球实时控制定位如图 6 所示。

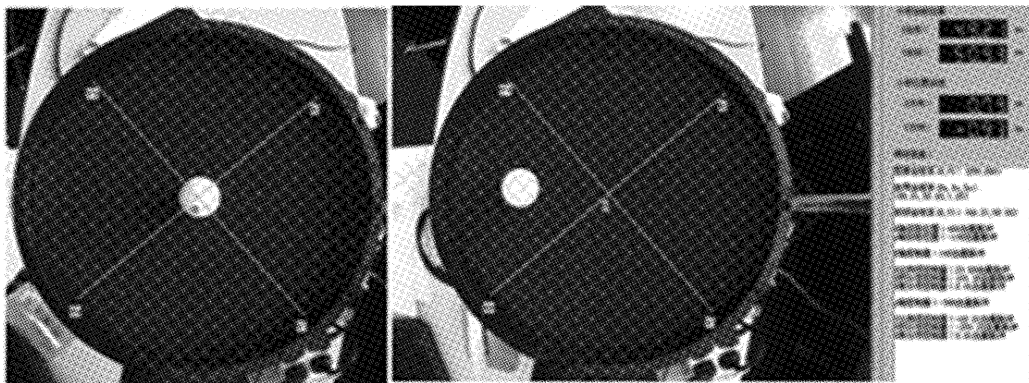


图 6 小球的位置

由图 6 可知,“+”为正方向,小球初始位置 (0,0), 预期位置 (50,50), X 方向上误差为 0.79 mm, Y 方向上误差为 0.93 mm, 小球的实际位置 (49.21, 50.93)。

参考文献:

- [1] Hauser J, Sastry S, Kokotovic P. Nonlinear control via approximate input-output linearization: the ball and beam example[J]. Automatic Control IEEE Transactions on, 1989, 37(3): 392-398.
- [2] 王华, 邹伟. 常用摄像机标定工具精度研究[J]. 长春工业大学学报, 2013, 34(5): 517-524.
- [3] 张振普, 张同舟, 王小雪, 等. 摄像机标定的研究进展综述[J]. 信息与电脑: 理论版, 2016(1): 9-10.
- [4] 徐德, 谭民, 李原. 机器人视觉测量与控制[M]. 北

$$G(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (16)$$

式中: K_p 、 T_i 和 T_d ——分别为 PID 控制器的比例系数、积分时间常数和微分时间常数。

5 实验及结论

通过上述摄像机标定及 PID 控制器设计后, 在国高公司的板球实验系统上进行了多组定位实验, 小球的定位误差均在 1 mm 以内, 达到了预期的控制效果。选取三组实验数据见表 2。

京: 国防工业出版社, 2011.

- [5] 朱曙明. 小孔成像实验改进与创新[J]. 物理教学探讨, 2017, 35(5): 5-6, 9.
- [6] 聂红梅, 刘忠艳. 基于 OpenCV 的摄像机标定研究[J]. 微处理机, 2017, 38(6): 58-61.
- [7] 孙慧, 张燕. 计算机视觉摄像机定标中投影矩阵的计算[J]. 河北师范大学学报: 自然科学版, 2002, 26(1): 26-28.
- [8] 胡松, 王道累. 摄像机标定方法的比较分析[J]. 上海电力学院学报, 2018, 34(4): 366-370.
- [9] 曾乘, 柳强. 板球系统 PID 控制响应的多项式响应面建模研究[J]. 电子设计工程, 2016, 24(16): 28-30.
- [10] 姚禹, 王博, 高智. 基于遗传算法的伺服系统 PID 控制参数整定[J]. 长春工业大学学报, 2017, 38(6): 526-531.