

DOI:10.15923/j.cnki.cn22-1382/t.2019.2.05

一类无重置条件的机械臂加速抑制初态误差 迭代学习控制方法

柴媛媛, 孙中波, 杨宏韬, 李岩, 刘克平*

(长春工业大学 电气与电子工程学院, 吉林 长春 130012)

摘要: 针对任意初态误差, 在时间轴上设计一段随迭代次数增加而缩短的修正区间。结合迭代学习控制算法, 机械臂在每次迭代时无需重置初始条件, 经过多次迭代学习后, 实现跟踪误差渐近收敛于零。在 λ 范数意义下, 证明迭代学习控制算法的收敛性, 仿真结果验证该方法的可行性和有效性。

关键词: 初态误差; 重置条件; 迭代学习控制; 机械臂; 轨迹跟踪

中图分类号: TP 273 **文献标志码:** A **文章编号:** 1674-1374(2019)02-0125-07

Iterative learning control without resetting condition for accelerated inhibition effect of initial dtate error

CHAI Yuanyuan, SUN Zhongbo, YANG Hongtao, LI Yan, LIU Keping*

(School of Electrical & Electronic Engineering, Changchun University of Technology, Changchun 130012, China)

Abstract: For random initial error, a correction interval which is shortened with iteration times is designed on time axis. Based on iterative learning control, no initial conditions need to be reset for every iteration of the manipulator arm. After multi-time iterative learning, the tracking error converges to zero. Under λ norm, the monotone convergence is verified with Simulation.

Key words: initial error; reset condition; iterative learning control; manipulator arm; trajectory tracking.

0 引言

迭代学习控制(Iterative Learning Control,

ILC)最早由 Arimoto 提出, 该控制策略利用前次操作时测得的误差信息和控制输出信号修正当前操作的控制输入, 实现输出信号完全跟踪上目标

收稿日期: 2018-12-23

基金项目: 吉林省科技厅科技支撑计划项目(20170204067GX); 长春市科技计划项目(17DY032, 17SS012); 吉林省省级产业创新专项基金项目(2018C038-2, 2019C010)

作者简介: 柴媛媛(1993-), 女, 汉族, 吉林长春人, 长春工业大学硕士研究生, 主要从事工业机器人控制与优化方向研究, E-mail: chaiyuanyuancc@163.com. * 通讯作者: 刘克平(1971-), 男, 汉族, 吉林长春人, 长春工业大学教授, 博士生导师, 主要从事复杂系统建模优化与控制方向研究, E-mail: liukeping@ccut.edu.cn.

轨迹^[1]。因此,迭代学习控制适用于具有重复性质的机械臂系统。为了保证机械臂的收敛性,通常假定每次机械臂运行时的初始状态与期望轨迹的初始状态完全相同^[2-4]。但在实际机械臂运行中,很难保证一致的初始值条件。

为了解决不确定性系统的初始值问题,Arimoto^[5]分析了当初态误差较小时对迭代学习控制收敛性的影响,指出系统误差可以收敛于某一邻域内。Lee^[6]提出了带有初始值修正的 ILC 算法,并讨论了具有固定初始值偏差的 ILC 算法在收敛性上优于具有随机初始值偏差的 ILC 算法。在 Lee^[6]分析的基础上,孙明轩^[7]提出了带有初始值修正的 ILC 算法,但是该算法需保证初始偏差有界,不能应对具有随机初始值偏差系统的控制问题。对于具有随机初始值偏差的系统控制问题,吕庆^[8]提出了带有一段修正区间的 ILC 算法,该修正区间随着迭代次数增加而减少,有效地抑制了初始值偏差对系统输出的影响。

机械臂系统在重复运行时,每次运行都需重置初始条件,这降低了实验结果的实用性^[9-11]。目前,Kwang-HyunPark 在传统的 D 型 ILC 中加入比例项和误差积分项,用来改善初始误差对控制结果的影响^[12]。Chen^[13]利用一种初始状态学习方案,结合传统的 D 型 ILC 控制律,不需要每次都重置初始条件,得到了跟踪误差的收敛边界,只根据系统的不确定性和外部扰动确定收敛边界,而不依赖初始误差。

文中提出一种无需重置条件下加速抑制随机初态误差的迭代学习控制方法。首先,针对任意初始状态偏差,在时间轴上设计随迭代次数增加而缩短的修正区间。其次,利用控制算法使每次迭代时的初始值无需重置,最后采用二自由度机械臂系统作为仿真验证对象,仿真结果证明文中提出的算法是可行、有效的。

$$\|f(\sigma(x_1), y) - f(\sigma(x_2), y)\| \leq L(y) \|x_1 - x_2\| \quad (6)$$

$$\forall x_1, x_2 \in R^p, y \in R^q$$

式中: $\|\sigma(x_1) - \sigma(x_2)\| \leq \|x_1 - x_2\|$ 。

证明 利用中值定理,存在 $z \in R^p$, 使得

$$f(\sigma(x_1), y) - f(\sigma(x_2), y) = \frac{\partial f}{\partial x}(z, y)(\sigma(x_1) - \sigma(x_2)) \leq \frac{\partial f}{\partial x}(z, y)(x_1 - x_2)$$

因此

$$\|f(\sigma(x_1), y) - f(\sigma(x_2), y)\| \leq \frac{\partial f}{\partial x}(z, y) \|x_1 - x_2\| \quad (7)$$

1 问题的提出

考虑 n 自由度机械臂动力学模型:

$$M(q_k)\ddot{q}_k + C(q_k, \dot{q}_k)\dot{q}_k + G(q_k) = \tau_k(t) \quad (1)$$

式中: t ——时间;

k ——迭代学习次数,非负整数;

$q_k, \dot{q}_k, \ddot{q}_k$ ——分别为位置、速度和加速度, $\ddot{q}_k \in R^n$ ^[13];

$M(q_k)$ ——惯量矩阵, $M(q_k) \in R^{n \times n}$;

$C(q_k, \dot{q}_k)$ ——离心力和哥氏力项矩阵,

$C(q_k, \dot{q}_k) \in R^{n \times n}$;

$G(q_k)$ ——重力矩阵, $G(q_k) \in R^n$;

$\tau_k(t)$ ——输入力矩, $\tau_k(t) \in R^n$ 。

机械臂动力学模型(1)具有以下性质:

性质 1 $M(q_k)$ 正定且有界,满足

$$0 < \beta_1 < \|M(q_k)\| < \beta_2 \quad (2)$$

$$0 < \beta_1 < \beta_2$$

性质 2 $M(q_k)$ 满足全局 Lipschitz 连续。

$$\|M(q_{k+1}) - M(q_k)\| \leq l_m \|q_{k+1} - q_k\| \quad (3)$$

式中: l_m ——正数。

性质 3 $G(q_k)$ 满足全局 Lipschitz 连续

$$\|G(q_{k+1}) - G(q_k)\| \leq g_m \|q_{k+1} - q_k\| \quad (4)$$

式中: g_m ——正数。

性质 4 $C(q_k, \dot{q}_k)$ 有界。

$$C(q_k, \dot{q}_k) \leq C_m \|\dot{q}_k\| \quad (5)$$

引理 1 考虑连续函数 $f(x, y)$, $x \in X$, $X = \{x \in R^p \mid |x_i| \leq \rho_i, 1 \leq i \leq p\}$, $\rho_i \geq 0$, 因此存在 $L(y)$ 使得

式中: $L(y) = \left\| \frac{\partial f}{\partial x}(z, y) \right\|$ 的极大值。

引理 2^[14] 存在 $z(t) = [z_1(t), z_2(t), \dots, z_n(t)] \in R^n, t \in [0, T]$, 使得

$$\left(\int_0^t \|z(s)\| ds \right) e^{-\lambda t} \leq \frac{1}{\lambda} \|z(t)\|_\lambda \quad (8)$$

文中做如下基本假设:

假设 1 $G(q_k)$ 有界: $G(q_k) \leq l_g$, 式中 l_g 从

$$\tau_{k+1}(t) = \tau_k(t) + M(q) [K_d \dot{e}_k(t) + K_p e_k(t)] + \varphi_k(t) X_k(0) \quad (9)$$

式中:

$$\varphi_k(t) = \begin{cases} e^{At} \left(\frac{2a^k}{h} \left(1 - \frac{a^k}{h} t \right) \right), & t \in \left[0, \frac{h}{a^k} \right] \\ 0, & t \in \left[\frac{h}{a^k}, T \right] \end{cases} \quad (10)$$

$$X_k(0) = D e_k(0) + x_k(0) - x_{k+1}(0) \quad (11)$$

$$\dot{e}_{k+1}(0) = \dot{e}_k(0) + K_d e_k(0) \quad (12)$$

如果 $\|I_n - K_d\| < 1$, 该闭环系统是稳定的, 则

$$\lim_{k \rightarrow \infty} (q_d(t) - q_k(t)) = \lim_{k \rightarrow \infty} (\dot{q}_d(t) - \dot{q}_k(t)) = 0 \quad (13)$$

$$\dot{x}_k(t) = \begin{cases} \dot{x}_{1k}(t) = \dot{x}_{2k}(t) \\ \dot{x}_{2k}(t) = M_k^{-1} \tau_k(t) - M_k^{-1} [C(q, \dot{q}_k) \dot{q}_k + G_k] \end{cases} \quad (16)$$

因此

$$\dot{x}_k(t) = A x_k(t) + B \tau_k + \psi_k(t) \quad (17)$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} 0_n & I_n \\ 0_n & 0_n \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0_n \\ M_k^{-1} \end{bmatrix}$$

$$x_k(t) = e^{At} x_k(0) + \int_0^t e^{A(t-s)} B \tau_k(s) ds + \int_0^t e^{A(t-s)} \psi_k(s) ds \quad (18)$$

式中: $e^{A(t-s)}$ —— 系统的状态转移矩阵。

将式(9)代入式(18), 有

$$\begin{aligned} x_{k+1}(t) - x_k(t) &= e^{At} (x_{k+1}(0) - x_k(0)) + \int_0^t e^{A(t-s)} B M_k K_d \dot{e}_k(s) ds + \\ &\int_0^t e^{A(t-s)} B M_k K_p e_k(s) ds + \int_0^t e^{A(t-s)} (\psi_{k+1}(s) - \psi_k(s)) ds + \int_0^t e^{A(t-s)} \varphi_k(s) X_k(0) ds = \\ &e^{At} [D e_k(0) - X_k(0)] + \int_0^t e^{A(t-s)} B M_k K_d \dot{e}_k(s) ds + \int_0^t e^{A(t-s)} B M_k K_p e_k(s) ds + \\ &\int_0^t e^{A(t-s)} (\psi_{k+1}(s) - \psi_k(s)) ds + \int_0^t e^{A(t-s)} \varphi_k(s) X_k(0) ds \end{aligned} \quad (19)$$

式中: $B M_k K_d = D, B M_k K_p = P, D = [0_n, K_d^T]^T, P = [0_n, K_p^T]^T$ 。

系统的实际限制获得。

假设 2 速度 $\dot{q}_k(t)$ 有界: $\|\dot{q}_k(t)\| \leq V_m$, 式中 V_m 从系统的实际限制获得。

2 迭代学习控制器设计

对于具有随机初始值偏差的机械臂系统, 设计迭代学习控制律为

其中, $e_k = q_d - q_k, K_d, K_p$ 是对称正定矩阵, $D = \|I_n - K_d\|^T, I_n \in R^{n \times n}$ 为单位矩阵。

证明 为了方便讨论, 将使 $M(q_k) \equiv M_k, G(q_k) \equiv G_k$ 。

根据式(1), 可得

$$\ddot{q}_k = M_k^{-1} \tau_k - M_k^{-1} [C(q, \dot{q}_k) \dot{q}_k + G(q_k)] \quad (14)$$

使

$$x_k(t) = \begin{cases} x_{1k}(t) = q_k(t) \\ x_{2k}(t) = \dot{q}_k(t) \end{cases} \quad (15)$$

式中: $x_k(t) = [x_{1k}^T(t) \quad x_{2k}^T(t)]^T$ 。

根据式(14)和式(15), 可得

$$\psi_k(t) = \begin{bmatrix} 0_n \\ f_k(t) \end{bmatrix}$$

$$f_k(t) = -M_k^{-1} [C(q, \dot{q}_k) \dot{q}_k + G_k]$$

对于任意 $\tau_k(t), t \in [0, T]$, 式(17)的一般解 $x_k(t)$ 如下

因此

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1}(t) - \mathbf{x}_k(t) = & -\mathbf{e}^{At} \mathbf{X}_k(0) + \int_0^t \mathbf{e}^{A(t-s)} \boldsymbol{\varphi}_k(s) \mathbf{X}_k(0) ds + \mathbf{e}^{At} \mathbf{D} \mathbf{e}_k(0) + \int_0^t \mathbf{e}^{A(t-s)} \mathbf{D} \dot{\mathbf{e}}_k(s) ds + \\ & \int_0^t \mathbf{e}^{A(t-s)} \mathbf{P} \mathbf{e}_k(s) ds + \int_0^t \mathbf{e}^{A(t-s)} (\boldsymbol{\psi}_{k+1}(s) - \boldsymbol{\psi}_k(s)) ds \end{aligned} \quad (20)$$

通过式(9)和式(20),可得

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1}(t) - \mathbf{x}_k(t) = & \mathbf{D} \mathbf{e}_k(t) + \int_0^t \mathbf{A} \mathbf{e}^{A(t-s)} \mathbf{D} \mathbf{e}_k(s) ds + \int_0^t \mathbf{e}^{A(t-s)} [\boldsymbol{\psi}_{k+1}(s) - \boldsymbol{\psi}_k(s)] ds + \\ & \mathbf{e}^{At} \mathbf{X}_k(0) \left[\int_0^t \mathbf{e}^{-As} \boldsymbol{\varphi}_k(s) ds - 1 \right] + \int_0^t \mathbf{e}^{A(t-s)} \mathbf{P} \mathbf{e}_k(s) ds \end{aligned} \quad (21)$$

将 $\mathbf{x}_d = [\mathbf{q}_d^T \quad \dot{\mathbf{q}}_d^T]^T$ 代入式(21)

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{k+1} - \mathbf{E}_k = & -\mathbf{D} \mathbf{e}_k(t) - \int_0^t \mathbf{A} \mathbf{e}^{A(t-s)} \mathbf{D} \mathbf{e}_k(s) ds - \int_0^t \mathbf{e}^{A(t-s)} [\boldsymbol{\psi}_{k+1}(s) - \boldsymbol{\psi}_k(s)] ds - \\ & \mathbf{e}^{At} \mathbf{X}_k(0) \left[\int_0^t \mathbf{e}^{-As} \boldsymbol{\varphi}_k(s) ds - 1 \right] - \int_0^t \mathbf{e}^{A(t-s)} \mathbf{P} \mathbf{e}_k(s) ds \end{aligned} \quad (22)$$

其中, $\mathbf{E}_k(t) = [\mathbf{e}_k^T(t) \quad \dot{\mathbf{e}}_k^T(t)]^T$ 。当 $t \in [\frac{h}{a^k}, T]$, 由式(10)可得

$$\mathbf{e}^{At} \cdot \mathbf{X}_k(0) \left[\int_0^t \mathbf{e}^{-As} \boldsymbol{\varphi}_k(s) ds - 1 \right] = 0 \quad (23)$$

将式(23)代入式(22),并在两边同时取范数

$$\begin{aligned} \|\mathbf{E}_{k+1}(t)\| \leq & \|\mathbf{E}_k(t) - \mathbf{D} \mathbf{e}_k(t)\| + \int_0^t \|\mathbf{e}^{A(t-s)}\| \|\mathbf{A} \mathbf{D}\| \|\mathbf{e}_k(s)\| ds + \\ & \int_0^t \|\mathbf{e}^{A(t-s)}\| \|\mathbf{P}\| \|\mathbf{e}_k(s)\| ds + \int_0^t \|\mathbf{e}^{A(t-s)}\| \|\boldsymbol{\psi}_{k+1}(s) - \boldsymbol{\psi}_k(s)\| ds \end{aligned} \quad (24)$$

因为 $\mathbf{E}_k(t) = [\mathbf{e}_k^T(t) \quad \dot{\mathbf{e}}_k^T(t)]^T$, 显然

$$\|\mathbf{e}_k(t)\| \leq \|\mathbf{E}_k(t)\|, \quad \|\mathbf{E}_k(t) - \mathbf{D} \mathbf{e}_k(s)\| \leq \|\mathbf{I}_2 - \mathbf{D}\| \|\mathbf{E}_k(t)\|$$

式中: $\mathbf{I}_2 = [\mathbf{I}_n \quad \mathbf{I}_n]^2$ 。

因此

$$\begin{aligned} \|\mathbf{E}_{k+1}(t)\| \leq & \|\mathbf{I}_2 - \mathbf{D}\| \|\mathbf{E}_k(t)\| + \int_0^t \|\mathbf{e}^{A(t-s)}\| \|\mathbf{A} \mathbf{D}\| \|\mathbf{E}_k(s)\| ds + \\ & \int_0^t \|\mathbf{e}^{A(t-s)}\| \|\mathbf{P}\| \|\mathbf{E}_k(s)\| ds + \int_0^t \|\mathbf{e}^{A(t-s)}\| \|\boldsymbol{\psi}_{k+1}(s) - \boldsymbol{\psi}_k(s)\| ds \end{aligned} \quad (25)$$

为了简化等式,令

$$\mathbf{D}(q, \dot{q}_k) = \mathbf{C}(q, \dot{q}_k) \dot{q}_k \quad (26)$$

式中, $\left\| \frac{\partial}{\partial q} \mathbf{D}(q, \dot{q}_k) \right\| \leq \xi$ 。根据式(17)和式(26)可得

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_{k+1}(t) - \mathbf{f}_k(t) = & -(\mathbf{M}_{k+1}^{-1} - \mathbf{M}_k^{-1}) \mathbf{G}_k - \mathbf{M}_{k+1}^{-1} (\mathbf{G}_{k+1} - \mathbf{G}_k) - \\ & (\mathbf{M}_{k+1}^{-1} - \mathbf{M}_k^{-1}) \mathbf{D}(q_k, \dot{q}_k) - \mathbf{M}_{k+1}^{-1} (\mathbf{D}(q_k, \dot{q}_{k+1}) - \mathbf{D}(q_k, \dot{q}_k)) \end{aligned} \quad (27)$$

根据式(26)、式(27)、性质 1~性质 4、引理 1 和假设 1~假设 2,可得

$$\mathbf{f}_{k+1}(t) - \mathbf{f}_k(t) \leq (l_m \beta_1^{-2} (C_m V_m + l_g) + \beta_1^{-1} g_m) \times \|\mathbf{e}_{k+1}(t) - \mathbf{e}_k(t)\| + \beta_1^{-1} \xi \|\dot{\mathbf{e}}_{k+1}(t) - \dot{\mathbf{e}}_k(t)\| \quad (28)$$

因此

$$\mathbf{f}_{k+1}(t) - \mathbf{f}_k(t) \leq \omega \|\mathbf{E}_{k+1}(t) - \mathbf{E}_k(t)\| \quad (29)$$

其中, $\omega = (l_m \beta_1^{-2} (C_m V_m + l_g) + \beta_1^{-1} g_m) + \beta_1^{-1} \xi$ 。

根据式(25)和式(29)可得

$$\| \mathbf{E}_{k+1}(t) \| \leq \| \mathbf{I}_2 - \mathbf{D} \| \| \mathbf{E}_k(t) \| + \alpha \eta \int_0^t \| \mathbf{E}_k(s) \| ds + \alpha \omega \int_0^t \| \mathbf{E}_{k+1}(s) - \mathbf{E}_k(s) \| ds \quad (30)$$

式中: $\alpha = \sup_{t, s \in [0, T]} \| e^{A(t-s)} \|$;

$$\eta = \| \mathbf{A}\mathbf{D} + \mathbf{P} \|.$$

式(30)两边乘 $e^{-\lambda t}$, 根据引理 2 可得

$$\| \mathbf{E}_{k+1}(t) \| \lambda \leq \left[\frac{\| \mathbf{I}_2 - \mathbf{D} \| + \frac{\alpha \eta}{\lambda}}{1 - \frac{\alpha \omega}{\lambda}} \right] \| \mathbf{E}_k(t) \| \lambda \quad (31)$$

通过 $\| \mathbf{I}_2 - \mathbf{D} \| \leq 1$, 因此 $\| \mathbf{I}_n - \mathbf{K}_d \| < 1$, 存在足够大 λ , 使得

$$\frac{\| \mathbf{I}_2 - \mathbf{D} \| + \frac{\alpha \eta}{\lambda}}{1 - \frac{\alpha \omega}{\lambda}} =: \rho < 1 \quad (32)$$

因此, 根据式(31)可得

$$\| \mathbf{E}_{k+1}(t) \| \lambda \leq \rho \| \mathbf{E}_k(t) \| \lambda \quad (33)$$

根据式(32)和式(33)可得

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \| \mathbf{E}_k(t) \| \lambda = 0, \quad t \in \left[\frac{h}{a^k}, T \right] \quad (34)$$

从而

$$\lim_{k \rightarrow \infty} (q_d(t) - q_k(t)) = \lim_{k \rightarrow \infty} (\dot{q}_d(t) - \dot{q}_k(t)) = 0 \quad (35)$$

这表明在 λ 范数意义下, 当迭代次数 k 趋于无穷大时, 在 $t \in \left[\frac{h}{a^k}, T \right]$ 跟踪误差单调趋于零,

如果在 $t \in \left[0, \frac{h}{a^k} \right]$, 则有

$$\begin{aligned} \int_0^t e^{-\lambda s} \boldsymbol{\varphi}_k(s) ds - 1 &= \int_0^t e^{-\lambda s} \cdot e^{\lambda s} \left[\frac{2a^k}{h} \left(1 - \frac{a^k}{h} t \right) \right] ds - 1 = \\ &= \int_0^t \left[\frac{2a^k}{h} \left(1 - \frac{a^k}{h} t \right) \right] ds - 1 = \\ &= - \left(\frac{a^k}{h} \right)^2 t^2 + 2 \left(\frac{a^k}{h} \right) t - 1 = \\ &= - \left(\frac{a^k}{h} t - 1 \right)^2 \end{aligned} \quad (36)$$

$$m_{11} = m_1 l_{c1}^2 + m_2 l_1^2 + m_2 l_{c2}^2 + 2m_2 l_1 l_{c2} \cos(q_2) + I_1 + I_2,$$

$$m_{12} = m_{21} = m_2 l_{c2}^2 + 2m_2 l_1 l_{c2} \cos(q_2) + I_2,$$

$$m_{22} = m_2 l_{c2}^2 + I_2,$$

$$c_{11} = -m_2 l_1 l_{c2} \sin(q_2) \dot{q}_2,$$

$$c_{12} = -m_2 l_1 l_{c2} \sin(q_2) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2),$$

$$c_{21} = m_2 l_1 l_{c2} \sin(q_2) \dot{q}_1,$$

$$c_{22} = 0,$$

随着迭代次数的增加, 由初始误差造成机械臂不能跟踪上目标轨迹的时间减少, 在 $t \in \left[0, \frac{h}{a^k} \right]$, 当迭代次数 k 趋于无穷大时, $\frac{h}{a^k}$ 变小, 即缩短了初始状态修正时间。

3 仿真结果及分析

为了验证文中控制算法的可行性和有效性, 利用 Matlab 对二自由度机械臂系统轨迹跟踪问题进行仿真实验, 机械臂模型如图 1 所示。

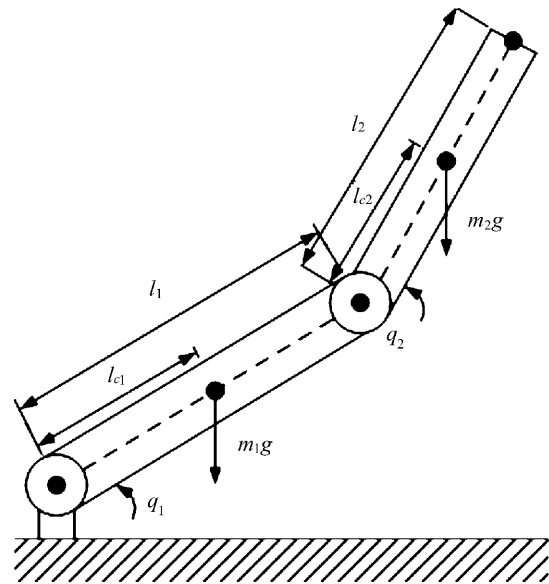


图 1 二自由度机械臂系统

Matlab 代码是在 Matlab R2014a 环境下运行实现, CPU 为 Intel(R), 3.30 GHz, 4 GB 内存, 采用如下动力学模型进行仿真:

$$g_1 = m_2 l_{c2} g \sin(q_1 + q_2) + (m_1 l_{c1} + m_2 l_1) g \sin(q_1),$$

$$g_2 = m_2 l_{c2} g \sin(q_1 + q_2).$$

仿真时各参数实际值为:

$$m_1 = 2 \text{ kg},$$

$$m_2 = 2 \text{ kg},$$

$$l_1 = 0.6 \text{ m},$$

$$l_2 = 0.6 \text{ m},$$

$$l_{c1} = 0.4,$$

$$l_{c2} = 0.4,$$

$$I_1 = 0.1,$$

$$I_2 = 0.1.$$

仿真参数:

$$K_d = \text{diag}\{0.4, 0.4\},$$

$$K_p = \text{diag}\{3.5, 3.5\},$$

$$a = 1.003,$$

$$h = 0.1.$$

系统的初始转态值由 rand 函数随机生成。

期望轨迹为:

$$q_{d1} = \sin(4\pi t),$$

$$q_{d2} = \sin(4\pi t).$$

由于定义机械臂每个期望轨迹相同,因此,将机械臂每个输出轨迹与期望轨迹置于一个图内,如图 2 所示。

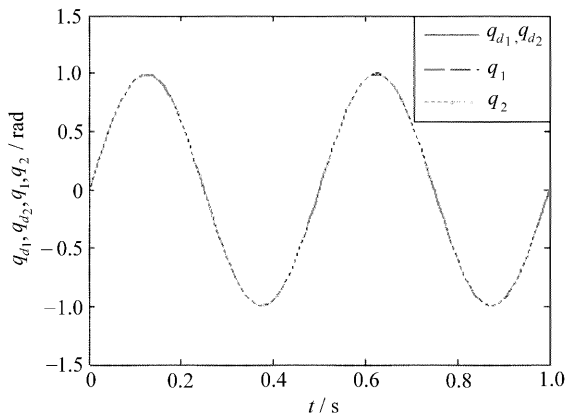


图 2 q_1, q_2 跟踪曲线

图中, q_{d1}, q_{d2} 为期望轨迹, q_1, q_2 为第 20 次迭代学习时实时跟踪轨迹。

从图 2 可以看出,文中所给出的控制律使机械臂的每个输出轨迹在经过 20 次迭代控制后能有效地跟踪其相应的参考轨迹。

系统跟踪误差随迭代学习次数变化的曲线如图 3 所示。

e_1 为机械臂连杆 1 的跟踪轨迹与期望轨迹之间的跟踪误差, e_2 为机械臂连杆 2 的跟踪轨迹

与期望轨迹之间的跟踪误差。从图 3 可以看出,跟踪误差一直在减少,并且开始时误差减少速度较快,在经过 10 次迭代控制后跟踪误差已经足够小,表明了系统跟踪误差的收敛性。

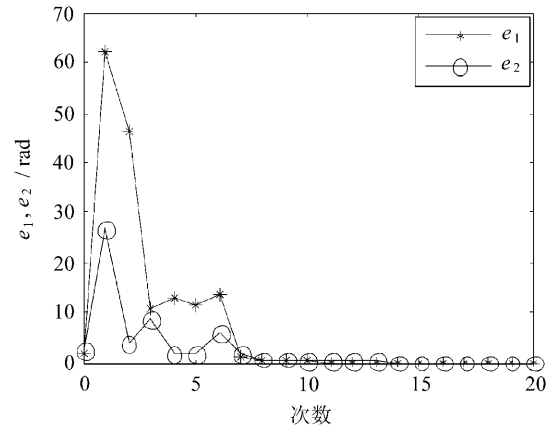


图 3 跟踪误差随迭代学习次数变化曲线

为了说明文中提出的迭代学习控制算法对随机初态的加速抑制效果,在相同仿真条件下,二自由度机械臂系统在无加速抑制随机初态的 ILC 条件下,跟踪误差随迭代次数变化的曲线如图 4 所示。

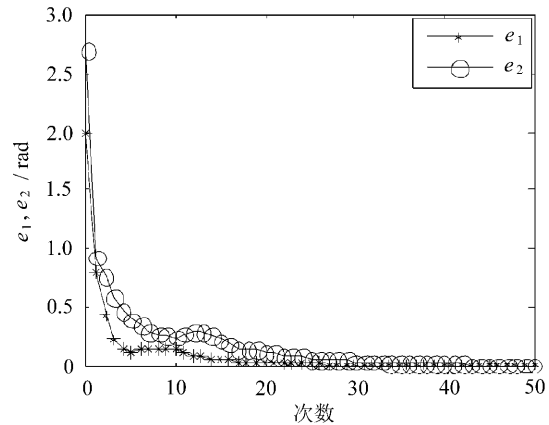


图 4 在无加速抑制随机误差的条件下,跟踪误差随迭代学习次数变化的曲线

e_1 为机械臂连杆 1 的跟踪轨迹与期望轨迹之间的跟踪误差, e_2 为机械臂连杆 2 的跟踪轨迹与期望轨迹之间的跟踪误差。

对比图 3 和图 4 可以看出,在文中提出的加速抑制算法下,跟踪误差在第 10 次左右就可减少到零。而在无加速抑制算法下,跟踪误差在第 25 次左右减少到零。所以,文中提出的算法对加速抑制随机误差的效果十分明显。

4 结 语

在无需重置条件下研究存在不确定性的机械臂系统,结合 PD 型迭代学习控制算法提出了一种加速抑制初态误差的迭代学习控制方法。首先,在时间轴上设计了一段随迭代学习次数增加而减少的修正区间。迭代学习控制算法加速了对随机初态误差的抑制,并消除了随机初态误差对机械臂的影响。同时,文中提出的迭代学习控制算法使每次迭代时的初始值无需重置。其次,在 λ 范数意义下,证明了算法的收敛性。最后,数值结果表明,迭代学习控制算法能够有效加速随机初态误差的抑制。所以,文中提出的算法是可行、有效的。

参考文献:

- [1] Arimoto S, Kawamura S, Miyazaki F. Bettering operation of robots by learning [J]. *Journal of Robotic Systems*, 1984, 1(2): 123-140.
- [2] Bouakrif F, Zasadzinski M. Trajectory tracking control for perturbed robot manipulators using iterative learning method [J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2016, 87(5-8): 2013-2022.
- [3] 杨敏,刘克平.柔性机械臂动力学建模与控制方法研究进展[J].*长春工业大学学报:自然科学版*, 2011, 32(1): 7-13.
- [4] Bouakrif F, Boukhetala D, Boudjema F. Velocity observer-based iterative learning control for robot manipulators [J]. *International Journal of Systems Science*, 2013, 44(2): 214-222.
- [5] Arimoto S, Nguyen P T A, Naniwa T. Learning of robot tasks on the basis of passivity and impedance concepts [J]. *Robotics and Autonomous Systems*, 2000, 32(2/3): 79-87.
- [6] Lee K, Bien Z. Study of robustness of iterative learning control with nonzero initial error [J]. *Int. J. of Control*, 1996, 64(2): 349-359.
- [7] Sun M X, Wang D W. Iterative learning control with initial rectifying action [J]. *Automatica*, 2002, 38(7): 1177-1182.
- [8] 吕庆,方勇纯,任道.加速抑制随机初态误差影响的迭代学习控制[J].*自动化学报*, 2014, 40(7): 1295-1302.
- [9] Tomei P, Verrelli C M. Advances on adaptive learning control: The case of non-minimum phase linear systems [J]. *Systems & Control Letters*, 2018, 115: 55-62.
- [10] Zhang R, Hou Z, Ji H. Adaptive iterative learning control for a class of non-linearly parameterised systems with input saturations [J]. *International Journal of Systems Science*, 2016, 47(5): 1084-1094.
- [11] Islam S, Liu P X. Adaptive iterative learning control for robot manipulators without using velocity signals [J]. *IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, 2011, 58: 1293-1298.
- [12] Wang K, Hyun P, Zeungnam B. A generalized iterative learning controller against initial state error [J]. *International Journal of Control*, 2000, 73(10): 871-881.
- [13] Chen Y, Wen C, Gong Z. An iterative learning controller with initial state learning [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1999, 44(2): 371-376.
- [14] Horowitz R. Learning control of robot manipulators [J]. *ASMEJ Dyn. Syst. Meas Control*, 1993, 115(2): 402-411.